文章编号： 1007-4627(2024) 01-0001-07

CNPC2023 基于形变 Gamow-like 模型研究原子核的单质子放射性半衰期

肖 琼[1]，程俊皓[1]，余同普[1]

(1. 国防科技大学理学院，长沙 410073)

摘要：本工作通过引入原子核的形变改进了用于计算单质子放射性半衰期的 Gamow-like 模型。计算结果显示，相比于原 Gamow-like 模型，形变 Gamow-like 模型能够更好地再现单质子放射性实验数据。此外，通过研究单质子放射性半衰期实验值的对数形式和穿透概率计算值的对数形式之间的线性关系，证实了形变 Gamow-like 模型的可靠性。作为应用，使用形变 Gamow-like 模型预测了形变核的单质子放射性半衰期，预测的结果能够很好地符合 Geiger-Nuttall 定律。最后，通过研究轨道角动量与计算半衰期的关系，给出了母核 ^{109}I 和 ^{131}Eu 的角动量参考值，以获取更加准确的单质子放射性理论半衰期。这项工作有利于对质子滴线的研究以及新的单质子放射性半衰期的准确测量。

关键词：单质子放射性；半衰期；形变；Gamow-like 模型

中图分类号：O571.53+1 **文献标志码：**A **DOI：**10.11804/NuclPhysRev.31.01.01

1 引言

1970 年，Jackson 等人发现了一种新的原子核衰变方式: 单质子放射性，即不稳定原子核发射出一个质子转变成另一种元素的物理过程[1]。由于能够发生单质子放射性的核素主要集中在 $53 \leqslant Z \leqslant 83$ 的中等质量区域，对单质子放射性的研究就成为了解中等质量原子核结构的一个重要手段[2-6]。单质子放射性也是研究质子滴线附近核行为的重要工具，例如，壳结构以及原子核束缚态和非束缚态之间的耦合[7]。此外，由于单质子放射性母核的最后一个质子处于准束缚态, 对单质子放射性的研究还有利于发展多体系统的准束缚量子理论[2]。目前为止，已经有许多模型可以用来描述单质子放射性，例如，库仑势与亲和势模型[8]、广义液滴模型[9]、单折叠模型[10-11] 等，这些模型都在一定程度上再现了单质子放射性半衰期的实验数据。

2016 年，Zdeb 等人提出的计算单质子放射性半衰期的 Gamow-like 模型[12] 引起了研究者的广泛关注[13-15]。该模型仅用一个可调参数就能够很好地再现实验数据。在这个模型中，核势被看作为方形势阱，库仑势被看作为均匀带电球体产生的势。由于使用 Gamow-like 模型计算的理论半衰期对势垒形状以及外转折点的位置都非常敏感，而许多能够发射质子的母核都有较大的形变，这些原子核在球形近似下不能够获得准确的势垒形状和外转折点的位置。因此，使用 Gamow-like 模型计算单质子放射性半衰期时，很有必要考虑原子核的形变。在本工作中，我们通过引入原子核的形变来改进 Gamow-like 模型，并使用形变 Gamow-like 模型研究了原子核单质子放射性。此外，我们还利用该模型预测了形变核的单质子放射性半衰期，这些原子核已经被证实能够发生单质子放射性但其单质子放射性半衰期尚未定量。

本文的结构安排如下：第二部分，给出了形变 Gamow-like 模型的理论框架。第三部分，给出了详细的计算结果，并进行讨论和预测。第四部分，对我们的工作和讨论结果做了总结。

2 理论框架

在 Gamow-like 模型中，被发射质子穿过势垒的概率 P 由 WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) 近似给出[12]：

$$P = \exp[-\frac{2}{\hbar}\int_{r_{in}}^{r_{out}} \sqrt{2\mu(V(r) - E_p)}\, dr], \tag{1}$$

其中 $\hbar$ 是约化普朗克常数。$E_p = Q_p\frac{A-1}{A}$ 表示被发射质子的动能，A 是母核的质量数，Q_p 是单质子放射性衰变能。r_{in} 是方形势阱的半径，由以下公式给出：

$$r_{in} = r_0(A_d^{\frac{1}{3}} + A_p^{\frac{1}{3}}), \tag{2}$$

收稿日期：2024-01-11； 修改日期：2024-01-11
基金项目：湖南省研究生创新基金资助项目 (CX20210007)
作者简介：肖琼 (2000–)，女，湖南益阳人，硕士研究生，从事光核物理研究；E-mail: xiaoqiong30@163.com
通信作者：E-mail: cjh452002@163.com
通信作者：E-mail: tongpu@nudt.edu.cn

其中子核的质量数 $A_d = A-1$, 被发射质子的质量数$A_p =$ 1，r_0 是可调参数。外转折点 r_{out} 由条件 $V(r_{out}) = E_p$ 获得。$V(r)$ 表示子核和被发射质子之间的总势能，它表示为：

$$V(r)=\begin{cases}-V_0, & 0\leqslant r\leqslant r_{in},\\ V_C(r)+V_l(r), & r>r_{in},\end{cases} \tag{3}$$

其中 V_0 是方形势阱深度。库仑势 $V_C(r)$，离心势 $V_l(r)$ 可以分别由下式表示：

$$V_C(r) = Z_pZ_de^2/r, \tag{4}$$

$$V_l(r) = \frac{\hbar^2(l+\frac{1}{2})^2}{2\mu r^2}. \tag{5}$$

这里，Z_d 和 Z_p 分别表示子核和被发射质子的质子数。$\mu = \frac{m_d m_p}{(m_d+m_p)}$ 表示子核和被发射质子在质心坐标下的折合质量，其中 m_p 和 m_d 分别是质子和子核的质量。根据角动量守恒以及选择定则，被发射质子带走的最小轨道角动量 $l_{\min}$ 由下式得出[16]：

$$l_{\min}=\begin{cases}\Delta_j, & \text{对于偶数的}\Delta_j\text{ 且满足 }\pi_p=\pi_d,\\ \Delta_j+1, & \text{对于偶数的}\Delta_j\text{ 且满足 }\pi_p\neq\pi_d,\\ \Delta_j, & \text{对于奇数的}\Delta_j\text{ 且满足 }\pi_p\neq\pi_d,\\ \Delta_j+1, & \text{对于奇数的}\Delta_j\text{ 且满足 }\pi_p=\pi_d,\end{cases} \tag{6}$$

其中 $\Delta_j = |j_p - j_d - j_p'|$，$j_p$、$j_d$ 和 j_p' 分别代表母核、子核和被发射质子的自旋。π_p 和 π_d 分别代表母核和子核的奇偶性。

这项工作通过引入原子核的形变，将方形势阱的半径改写为与被发射质子方向角 φ 相关的函数：

$$r_{in}(\varphi) = r_{in}(1+\beta_2Y_{20}(\varphi)+\beta_4Y_{40}(\varphi)+\beta_6Y_{60}(\varphi)), \tag{7}$$

其中，$Y_{ml}(\varphi)$ 是球谐函数，β_2、β_4 和 β_6 是原子核的形变参数。考虑形变后的总穿透概率 P 可以通过对所有方向的 $P(r,\varphi)$ 求平均得到[17]：

$$P = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} P(r,\varphi)\,sin\varphi d\varphi, \tag{8}$$

$$P(r,\varphi) = \exp[-\frac{2}{\hbar}\int_{r_{in}(\varphi)}^{r_{out}(\varphi)}\sqrt{2\mu(V(\vec{r},\varphi)-E_p)}\,dr]. \tag{9}$$

这里的 $V(\vec{r},\varphi)$ 是考虑形变之后的子核和被发射质子之间的总势能，由下式给出：

$$V(\vec{r},\varphi)=\begin{cases}-V_0, & 0\leqslant r\leqslant r_{in}(\varphi),\\ V_C(\vec{r},\varphi)+V_l(r), & r>r_{in}(\varphi),\end{cases} \tag{10}$$

其中，形变库仑势 $V_C(\vec{r},\varphi)$ 由单折叠模型得到[17-19]，它表示为：

$$V_C(\vec{r},\varphi) = \int\frac{\rho_1(\vec{r}_1)}{|\vec{r}-\vec{r}_1|}d\vec{r}_1, \tag{11}$$

这里的 $\vec{r}$ 表示被发射质子和子核中心之间的位置矢量，$\vec{r}_1$ 是子核电荷分布的半径矢量，ρ_1 是子核的密度分布。通过傅里叶变换对公式 (11) 进行适当简化[20-22]，形变库仑势 $V_C(\vec{r},\varphi)$ 可以近似为：

$$V_C(\vec{r},\varphi) = V_C^{(0)}(\vec{r},\varphi)+V_C^{(1)}(\vec{r},\varphi)+V_C^{(2)}(\vec{r},\varphi), \tag{12}$$

其中 $V_C^{(0)}(\vec{r},\varphi)$, $V_C^{(1)}(\vec{r},\varphi)$ 和 $V_C^{(2)}(\vec{r},\varphi)$ 分别代表裸库仑相互作用、线性库仑耦合以及二阶库仑耦合[20]。在该项工作中，我们使用简化后的库仑势计算单质子放射性半衰期。

为了更直观地体现考虑形变的作用，我们在图 1中给出了考虑原子核形变和球形近似的子核与被发射质子之间的总势能曲线的示意图。其中，黄色曲线代表球形近似的总势能曲线，绿色曲线代表了考虑形变后某个发射角 φ 对应的总势能曲线。我们可以清楚地看到，原子核的形变改变了总电势曲线的形状以及外部转折点的位置，从而影响了单质子放射性的穿透概率。

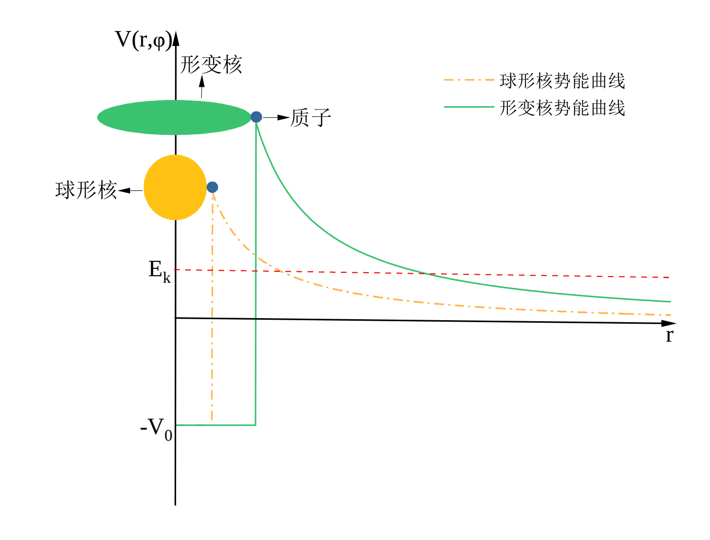


图 1 （在线彩图）考虑原子核形变和球形近似的子核与被发射质子之间的总势能曲线的示意图

本工作中，单质子放射性半衰期由以下形式给出：

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{S_p\nu P}, \tag{13}$$

其中，S_p 表示质子谱因子，来自另一个完全独立的模型 RMF+BCS+NL3[23]。ν 表示质子在势垒中的碰撞频率，由

Nilson 势给出[12]：

$$h\nu \approx \frac{41}{A^{1/3}}\text{MeV}. \quad (14)$$

3　结果与讨论

这项工作首先使用最小二乘法拟合形变 Gamow-like 模型的可调参数 r_0。用于拟合的衰变能、半衰期、自旋宇称的实验数据大部分取自最新评估的原子质量表 AME2020[24-25] 和最新评估的核数据表 NUBASE2020[26]。此外，^{140}Ho、^{144}Tm、^{151}Lu、^{164}Ir 和 ^{177}Tl 这五个核的实验数据直接来源于参考文献[27]。形变参数 β_2、β_4 和 β_6 则均取自于 FRDM2012[28]。均方根偏差 σ 表示单质子放射性半衰期实验值与理论值之间的偏差，其定义为 $\sigma = \sqrt{\sum(\log_{10}T_{1/2}^{\exp}(s) - \log_{10}T_{1/2}^{\text{cal}}(s))^2/n}$。在本工作中，通过最小二乘法确定的可调参数 r_0 的值如下所示：

$$r_0 = 1.28\ \text{fm}. \quad (15)$$

使用形变 Gamow-like 模型获得的 $53 \leqslant Z \leqslant 83$ 的母核单质子放射性半衰期如表1所示。该表的前三列分别表示母核、衰变能 Q_p 和被发射质子带走的轨道角动量 l。后面三列中的 $T_{1/2}^{\exp}$ 表示单质子放射性半衰期的实验值，$T_{1/2}^{\text{cal1}}$ 和 $T_{1/2}^{\text{cal2}}$ 分别表示由形变 Gamow-like 模型和 Gamow-like 模型计算获得的单质子放射性半衰期理论值。从表 1可以看出，对于大部分母核，相比于 Gamow-like 模型，使用形变 Gamow-like 模型计算得到的单质子放射性理论半衰期与实验数据符合的更好。为了更直观地说明这个结论，我们计算了形变 Gamow-like 模型和 Gamow-like 模型获得的理论半衰期与实验数据的均方根偏差 σ 分别为 $\sigma_{\text{cal1}} = 0.621$ 和 $\sigma_{\text{cal2}} = 0.832$。所以，$\sigma_{\text{cal1}}$ 与 σ_{cal2} 相比，提高了 $(0.832 - 0.621)/0.832 \approx 25.4\%$，这说明通过考虑原子核的形变，Gamow-like 模型能更好地再现实验数据。

为了更加直观地展现考虑原子核形变在计算形变核单质子放射性半衰期的作用，我们将表 1中远离壳层的 11 个形变核（$Z \leqslant 67$ 和 $Z = 83$）的实验数据和理论半衰期绘制在图 2中。其中，黑色的五角星代表实验数据，蓝色的实心圆点和红色的三角形分别代表使用形变 Gamow-like 模型和 Gamow-like 模型计算得到的单质子放射性理论半衰期。从图 2中，我们可以看出，虽然这 11 个形变核的单质子放射性半衰期在 10^{-6} s 到 10^{-1} s 之间，其变化范围高达 5 个数量级。但是对于所有的形变核，形变 Gamow-like 模型计算得到的单质子放射性理论半衰期与实验数据都有更好的一致性。这意味着对于形变核，在 Gamow-like 模型中考虑形变是必要的。

结团放射性和 α 衰变的普适曲线通过绘制穿透概率的负对数形式 $-\log_{10}P$ 与实验半衰期的对数形式 $\log_{10}T_{1/2}^{\exp}$ 得到[29-31]。普适曲线显示了穿透概率与实验半衰期之间强烈的线性关系。这项工作将普适曲线扩展到单质子放射性的研究上[30-31]。图 3中显示了单质子放射性的普适曲线，其斜率与截距在图中左上角给出。可以看出，对于单质子放射性而言，$\log_{10}T_{1/2}^{\exp}$ 和 $-\log_{10}P$ 之间存在明显的线性关系，这表明了形变 Gamow-like 模

表 1　使用形变 Gamow-like 模型和 Gamow-like 模型计算得到的单质子放射性理论半衰期

Nucleus	Q_p(MeV)	l	$\log_{10}T_{1/2}^{\exp}$(s)	$\log_{10}T_{1/2}^{\text{cal1}}$(s)	$\log_{10}T_{1/2}^{\text{cal2}}$(s)
^{109}I	0.82	0	-4.032	-5.141	-5.522
^{112}Cs	0.816	2	-3.31	-3.368	-3.778
^{113}Cs	0.973	2	-4.771	-5.532	-5.943
^{117}La	0.82	2	-1.664	-2.783	-3.129
^{121}Pr	0.89	2	-1.921	-3.251	-3.503
^{131}Eu	0.947	2	-1.699	-2.699	-2.997
^{135}Tb	1.188	3	-2.996	-4.240	-4.545
^{140}Ho	1.106	3	-2.222	-2.610	-3.045
^{141}Ho	1.247	0	-5.137	-5.773	-6.207
^{141}Ho	1.177	3	-2.387	-3.432	-3.880
^{144}Tm	1.725	5	-5.569	-5.212	-5.862
^{145}Tm^m	1.736	5	-5.499	-5.606	-5.946
^{146}Tm	1.206	5	-1.137	-1.127	-1.474
^{146}Tm	0.896	0	-0.81	-0.662	-0.975
^{147}Tm	1.059	5	0.587	0.892	0.318
^{147}Tm^m	1.12	2	-3.444	-2.829	-3.423
^{150}Lu	1.29	2	-4.398	-4.340	-4.732
^{150}Lu	1.27	5	-1.347	-1.114	-1.642
^{151}Lu^m	1.301	2	-4.796	-4.413	-4.853
^{151}Lu^m	1.255	5	-0.896	-0.946	-1.494
^{155}Ta	1.453	5	-2.495	-2.124	-2.937
^{156}Ta^m	1.02	2	-0.826	-0.298	-0.823
^{156}Ta	1.11	5	0.933	1.588	0.783
^{157}Ta	0.935	0	-0.527	0.155	-0.252
^{159}Re^m	1.801	5	-4.665	-4.248	-5.170
^{160}Re	1.267	0	-3.163	-3.571	-4.142
^{161}Re^m	1.317	5	-0.678	-0.197	-1.143
^{161}Re	1.197	0	-3.306	-2.921	-3.344
^{164}Ir	1.844	5	-3.959	-4.353	-5.060
^{165}Ir^m	1.711	5	-3.433	-2.981	-4.146
^{166}Ir	1.152	2	-0.824	-0.967	-1.437
^{166}Ir	1.332	5	-0.076	-0.221	-0.801
^{167}Ir^m	1.07	0	-1.12	-0.677	-1.054
^{167}Ir	1.245	5	0.842	0.724	0.166
^{170}Au^m	1.472	2	-3.487	-3.607	-4.408
^{170}Au	1.752	5	-3.975	-2.578	-4.032
^{171}Au^m	1.702	5	-2.587	-2.227	-3.672
^{171}Au	1.448	0	-4.652	-4.423	-4.913
^{176}Tl^m	1.265	0	-2.208	-1.703	-2.415
^{177}Tl^m	1.963	5	-3.346	-3.608	-5.087
^{177}Tl	1.172	0	-1.178	-0.640	-1.347
^{185}Bi^m	1.607	0	-4.191	-5.148	-5.367

型的可靠性。

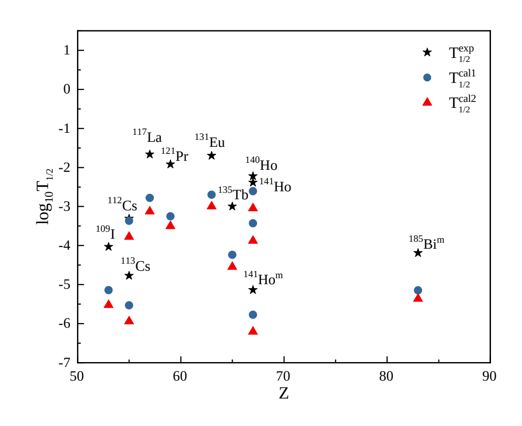


图 2　（在线彩图）11 个形变核单质子放射性半衰期的实验值和理论值

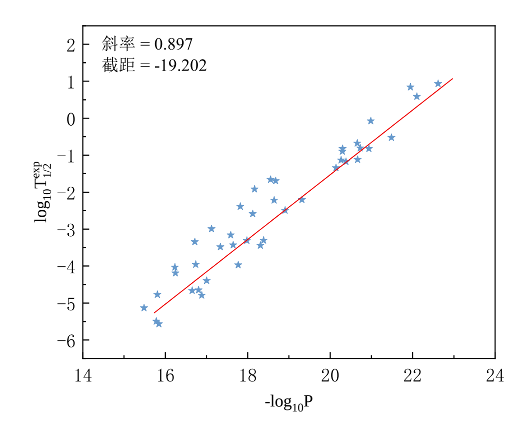


图 3　（在线彩图）形变 Gamow-like 模型得到的单质子放射性普适曲线

作为应用，我们使用形变 Gamow-like 模型来预测 5 个形变核的单质子放射性半衰期，这些原子核已经在实验中被观察到有单质子放射性现象，但它们的半衰期尚未量化[26]。用来预测的实验数据来自于 NUBASE2020[26]、AME2020[24-25] 和 FRDM2012[28]。作为比较，我们还使用质子通用衰变定律 (UDLP)[32-34]、库仑势和亲和势理论模型（CPPM)[35-37]、两势方法-密度依赖的单折叠模型（DDM3Y)[3]、新 Geiger-Nuttall 定律（NGNL)[38] 和基于 Skyrme-Hartree-Fock 的两势方法（TPA-SHF)[39] 来预测这五个变形核的单质子放射性半衰期，预测结果如表 2所示。

从表中可以清楚地看到，对于同一个母核，不同模型计算得到的单质子放射性半衰期不同，计算结果的最大偏差接近两个数量级。对于大部分原子核，使用 TPA-SHF 模型计算得到的单质子放射性半衰期的理论值比其他模型要小，而使用 NGNL 模型计算得到的单质子放射性半衰期的理论值要比其他模型大。这意味着 TPA-SHF 模型和 NGNL 模型对应的单质子放射性半衰期的预测结果可能被低估和被高估。此外，形变 Gamow-like 模型的预测值在所有模型中处于中间位置，这说明我们的模型与其他模型的预测有很好的一致性。考虑到形变 Gamow-like 模型对应的理论半衰期与实验数据的均方根偏差 $\sigma = 0.621$，因此，这项工作中预测的单质子放射性半衰期的偏差很可能在 4.18 倍之内。

表 2　使用不同模型预测单质子放射性半衰期

Nucleus	Q_p(MeV)	$\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{UDLP}}$(s)	$\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{CPPM}}$(s)	$\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{DDM3Y}}$(s)
^{111}Cs	1.731	-9.862	-11.252	-11.431
^{127}Pm	0.781	-0.099	-0.166	-0.481
^{137}Tb	0.831	0.337	0.356	-0.031
^{185}Bi	1.523	-0.67	-0.61	-0.637
^{185}Bi^{n}	1.703	-0.859	-0.92	-0.861

Nucleus	Q_p(MeV)	$\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{NGNL}}$(s)	$\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{TPA-SHF}}$(s)	$\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{This\ work}}$(s)
^{111}Cs	1.731	-10.101	-11.687	-11.242
^{127}Pm	0.781	0.286	-0.751	-0.52
^{137}Tb	0.831	0.739	-0.197	0.057
^{185}Bi	1.523	-0.35	-0.852	-0.533
^{185}Bi^{n}	1.703	-1.163	-1.036	-0.83

1911 年，Geiger 和 Nuttall 提出了 Geiger-Nuttall 定律，该定律反映了原子核的半衰期和衰变能量之间最直接的关系[40]。随着人们对 Geiger-Nuttall 定律的深入研究，许多重要的理论由此诞生，例如，通用衰变定律[32-33,41]、布朗型经验公式[42] 以及新 Geiger-Nuttall 定律[38,43] 等。这项工作将使用 Geiger-Nuttall 定律来验证单质子放射性半衰期的预测结果，考虑到单质子放射性轨道角动量 l 的影响，使用形变 Gamow-like 模型计算得到的单质子放射性理论半衰期的对数形式 $\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{This\ work}}$ 与 $Z_dQ_p^{-1/2}$ 之间的线性关系被分为四种情况并绘制在图 4中。该图中不同颜色的实心圆点表示不同轨道角动量对应的单质子放射性半衰期理论值 (表1中的 $\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{cal1}}$)，不同颜色的空心圆点表示不同轨道角动量对应的单质子放射性半衰期预测值 (表2中的 $\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{This\ work}}$)，不同颜色的虚线表示不同轨道角动量对应的线性关系。

从图 4中不难看出，在轨道角动量 l 相同情况下，$\log_{10}T_{1/2}^{\mathrm{This\ work}}$ 和 $Z_dQ_p^{-1/2}$ 之间有明显的线性关系。不同轨道角动量对应的线性关系的斜率会随着轨道角动量 l 的增大而缓慢增大，这说明轨道角动量 l 对单质子放射性半衰期有很大的影响。此外，在角动量相同的情况下，相同颜色的实心圆点和空心圆圈都在对应颜色的虚线附近，即理论值和预测值符合同一种线性关系，这种现象

表明使用形变 Gamow-like 模型计算得到的所有半衰期都与 Geiger-Nuttall 定律相吻合，说明我们预测结果是可靠的。

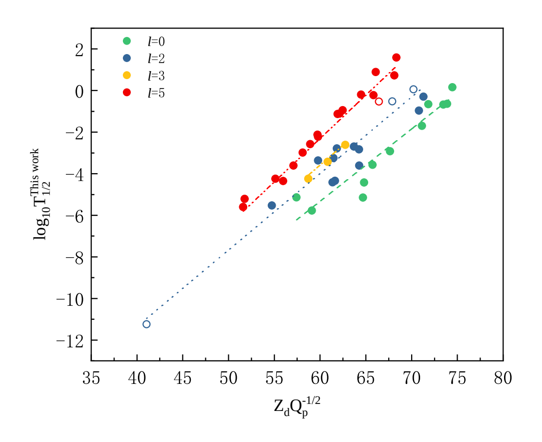


图 4　（在线彩图）$\log_{10}T_{1/2}^{\text{This work}}$ 和 $Z_dQ_p^{-1/2}$ 之间的线性关系

在 Zdeb 等人的研究中[12]，对 ^{109}I、^{131}Eu、^{177}Tl^m 这三个半衰期理论计算值与实验数据差别较大的母核进行了分析，分析结果表示，这三个母核对应的 l 值更有可能是 2、3、6。从表1中可以看出，在考虑形变之后，^{177}Tl^m 的理论计算值与实验数据已经没有了明显的偏差，这说明其 $l=5$ 是准确的，导致较大偏差的原因可能是没有考虑原子核形变。对于母核 ^{109}I 和 ^{131}Eu，考虑形变之后，理论计算值与实验数据的偏差虽然有所改善，但仍然达到一个数量级。在这项工作中，沿用与 Zdeb 相同的方法，我们分析了造成这种偏差的原因。计算结果如图5和6所示。从图中可以看出，半衰期的理论计算值对 l 值非常敏感，在 l 值较大的情况下，其一个单位的变化会引起半衰期一个数量级的变化。此外，对于母核 ^{109}I 和 ^{131}Eu，当 l 值取到 2 和 3 时，理论计算值与实验数据几乎一致。这也验证了 Zdeb 等人的结论：质子在 ^{109}I 中是从 $l=2$ 的态被发射的，在 ^{131}Eu 中是从 $l=3$ 的态被发射的。

4　结论

这项工作通过引入原子核的形变来改进 Gamow-like 模型，并使用形变 Gamow-like 模型研究了单质子放射性半衰期。计算结果表明，形变 Gamow-like 模型在不增加新的可调参数的情况下，计算得到的单质子放射性的理论半衰期与实验数据的符合程度有明显提升。此外，利用形变 Gamow-like 模型预测了单质子放射性半衰期，预测结果遵循 Geiger-Nuttall 定律。最后，利用形变 Gamow-like 模型给出了母核 ^{109}I 和 ^{131}Eu 发射单质子时的角动量参考值。这项工作可以为单质子放射性半衰期的研究提供理论参考。

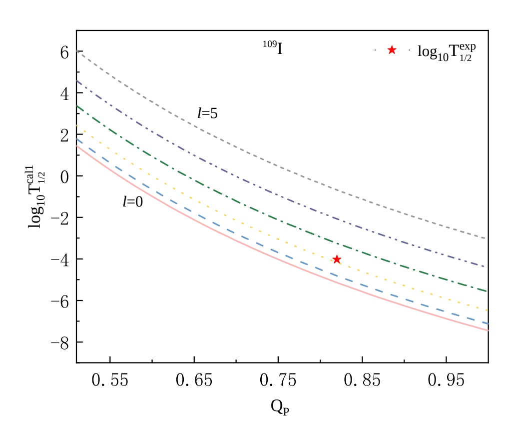


图 5　（在线彩图）在不同的轨道角动量 l 值下，^{109}I 核素的单质子放射性半衰期与 Q 值的关系

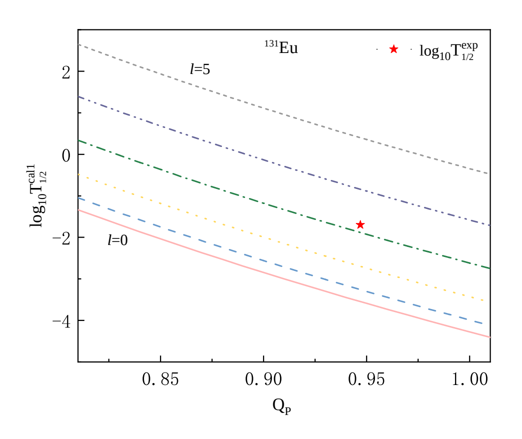


图 6　（在线彩图）在不同的轨道角动量 l 值下，^{131}Eu 核素的单质子放射性半衰期与 Q 值的关系

参考文献

[1] JACKSON K, CARDINAL C, EVANS H, et al. Phys Lett B, 1970, 33(4): 281. DOI: https://doi.org/10.1016/0370-2693(70)90269-8.

[2] XU C, REN Z Z. Nucl Phys Rev, 2006, 23(4): 433. DOI: 10.11804/NuclPhysRev.23.04.433.

[3] CHEN J L, CHENG J H, DENG J G, et al. Nucl Phys Rev, 2018, 35(3): 257. DOI: 10.11804/NuclPhysRev.35.03.257.

[4] QIAN Y B, REN Z Z. Eur Phys J A, 2016, 52: 1. DOI: 10.1140/epja/i2016-16068-3.

[5] THOENNESSEN M. Nucl Phys Rev, 2016, 33(2): 117. DOI: 10.11804/NuclPhysRev.33.02.117.

[6] ZHANG D M, QI L J, GUI H F, et al. Phys Rev C, 2023, 108: 024318. DOI: 10.1103/PhysRevC.108.024318.

[7] KARNY M, RYKACZEWSKI K, GRZYWACZ R, et al. Phys Lett B, 2008, 664(1): 52. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.04.056.

[8] SANTHOSH K P, SUKUMARAN I. Phys Rev C, 2017, 96: 034619. DOI: 10.1103/PhysRevC.96.034619.

[9] DONG J M, ZHANG H F, ROYER G. Phys Rev C, 2009, 79: 054330. DOI: 10.1103/PhysRevC.79.054330.

[10] BASU D N, CHOWDHURY P R, SAMANTA C. Phys Rev C, 2005, 72: 051601. DOI: 10.1103/PhysRevC.72.051601.
[11] QIAN Y B, REN Z Z, NI D D, et al. Chin Phys Lett, 2010, 27(11): 112301. DOI: 10.1088/0256-307X/27/11/112301.
[12] ZDEB A, WARDA M, PETRACHE C M, et al. Eur Phys J A, 2016, 52(10): 323. DOI: 10.1140/epja/i2016-16323-7.
[13] XING F, QI H, CUI J, et al. Nucl Phys A, 2022, 1028: 122528. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2022.122528.
[14] AZEEZ O K, YAHYA W A, SAEED A A. Phys Scripta, 2022, 97(5): 055302. DOI: 10.1088/1402-4896/ac619d.
[15] ZHU D X, XU Y Y, LIU H M, et al. Eur Phys J A, 2022, 33(10): 122. DOI: 10.1007/s41365-022-01116-9.
[16] CHEN J L, XU J Y, DENG J G, et al. Eur Phys J A, 2019, 55(11): 214. DOI: 10.1140/epja/i2019-12927-7.
[17] XU C, REN Z Z. Phys Rev C, 2006, 73: 041301(R). DOI: 10.1103/PhysRevC.73.041301.
[18] ISMAIL M, SEIF W, ADEL A, et al. Nucl Phys A, 2017, 958: 202. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2016.11.010.
[19] REN Z Z, XU C. Mod Phys Lett A, 2008, 23(27n30): 2597. DOI: 10.1142/S0217732308029885.
[20] TAKIGAWA N, RUMIN T, IHARA N. Phys Rev C, 2000, 61: 044607. DOI: 10.1103/PhysRevC.61.044607.
[21] ISMAIL M, SEIF W, EL-GEBALY H. Phys Lett B, 2003, 563(1): 53. DOI: https://doi.org/10.1016/S0370-2693(03)00600-2.
[22] ZHANG G L, LE X Y, LIU Z H. Chin Phys Lett, 2008, 25(4): 1247. DOI: 10.1088/0256-307x/25/4/023.
[23] SOYLU A, KOYUNCU F, GANGOPADHYAY G, et al. Chin Phys C, 2021, 45(4): 044108. DOI: 10.1088/1674-1137/abe03f.
[24] HUANG W, WANG M, KONDEV F, et al. Chin Phys C, 2021, 45(3): 030002. DOI: 10.1088/1674-1137/abddb0.
[25] WANG M, HUANG W, KONDEV F, et al. Chin Phys C, 2021, 45(3): 030003. DOI: 10.1088/1674-1137/abddaf.
[26] KONDEV F, WANG M, HUANG W, et al. Chin Phys C, 2021, 45(3): 030001. DOI: 10.1088/1674-1137/abddae.
[27] BLANK B, BORGE M. Prog Part Nucl Phys, 2008, 60(2): 403. DOI: 110.1016/j.ppnp.2007.12.001.
[28] MöLLER P, SIERK A, ICHIKAWA T, et al. Atom Data Nucl Dat, 2016, 109-110: 1. DOI: https://doi.org/10.1016/j.adt.2015.10.002.
[29] POENARU D N, PLONSKI I H, GREINER W. Phys Rev C, 2006, 74: 014312. DOI: 10.1103/PhysRevC.74.014312.
[30] POENARU D N, GHERGHESCU R A, GREINER W. Phys Rev C, 2011, 83: 014601. DOI: 10.1103/PhysRevC.83.014601.
[31] ADEL A, ABDULGHANY A R. Phys Scripta, 2021, 96(12): 125314. DOI: 10.1088/1402-4896/ac33f6.
[32] QI C, XU F R, LIOTTA R J, et al. Phys Rev Lett, 2009, 103: 072501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.072501.
[33] QI C, XU F R, LIOTTA R J, et al. Phys Rev C, 2009, 80: 044326. DOI: 10.1103/PhysRevC.80.044326.
[34] QI C, DELION D S, LIOTTA R J, et al. Phys Rev C, 2012, 85: 011303. DOI: 10.1103/PhysRevC.85.011303.
[35] GHODSI O N, DAEI-ATAOLLAH A. Phys Rev C, 2016, 93: 024612. DOI: 10.1103/PhysRevC.93.024612.
[36] GUO C L, ZHANG G L, LE X Y. Nucl Phys A, 2013, 897: 54 . DOI: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2012.10.003.
[37] DENG J G, LI X H, C J L, et al. Eur Phys J A, 2019, 55(4): 58. DOI: 10.1140/epja/i2019-12728-0.
[38] CHEN J L, XU J Y, DENG J G, et al. Eur Phys J A, 2019, 55: 214. DOI: 10.1140/epja/i2019-12927-7.
[39] CHENG J H, ZHANG Z, WU X J, et al. Chin Phys C, 2022, 46(10): 104104. DOI: 10.1088/1674-1137/ac7a99.
[40] GEIGER H P D, NUTTALL J M B S. Philos Mag, 1911, 22(130): 613. DOI: 10.1080/14786441008637156.
[41] WANG Y Z, WANG S J, HOU Z Y, et al. Phys Rev C, 2015, 92: 064301. DOI: 10.1103/PhysRevC.92.064301.
[42] BROWN B A. Phys Rev C, 1992, 46: 811. DOI: 10.1103/PhysRevC.46.811.
[43] REN Y J, REN Z Z. Phys Rev C, 2012, 85: 044608. DOI: 10.1103/PhysRevC.85.044608.

Half-lives for one-proton radioactivity within the deformed Gamow-like model

XIAO Qiong[1], CHENG Junhao[1], YU Tongpu[1]

(*1. College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

Abstract: In this work, the Gamow-like model for calculating the one-proton radioactivity half-life is improved by introducing the deformation of the nucleus. The calculations show that the deformed Gamow-like model can reproduce the experimental data better than the Gamow-like model. In addition, the reliability of the deformed Gamow-like model is confirmed by studying the linear relationship between the logarithmic form of the experimental half-life and the logarithmic form of the theoretical penetration probability. As an application, the one-proton radioactivity half-life of the deformed nucleus is predicted using the deformed Gamow-like model, and the predictions are able to comply well with the Geiger-Nuttall law. Finally, by studying the relationship between the orbital angular momentum and the calculated half-life, the reference values of the orbital angular momentum of ^{109}I and ^{131}Eu are given to obtain a more accurate theoretical half-life for one-proton radioactivity.

Key words: one-proton radioactivity; half-life; deformation; Gamow-like model

Received date: 11 Jan. 2024;　**Revised date:** 11 Jan. 2024

Foundation item: the Hunan Provincial Innovation Foundation for Postgraduate (Grant No. CX20210007)

Corresponding author: CHENG Junhao, E-mail: cjh452002@163.com

Corresponding author: YU Tongpu, E-mail: tongpu@nudt.edu.cn